

Mechanische Energien eines Planeten

Objekt auf einer Kreisbahn

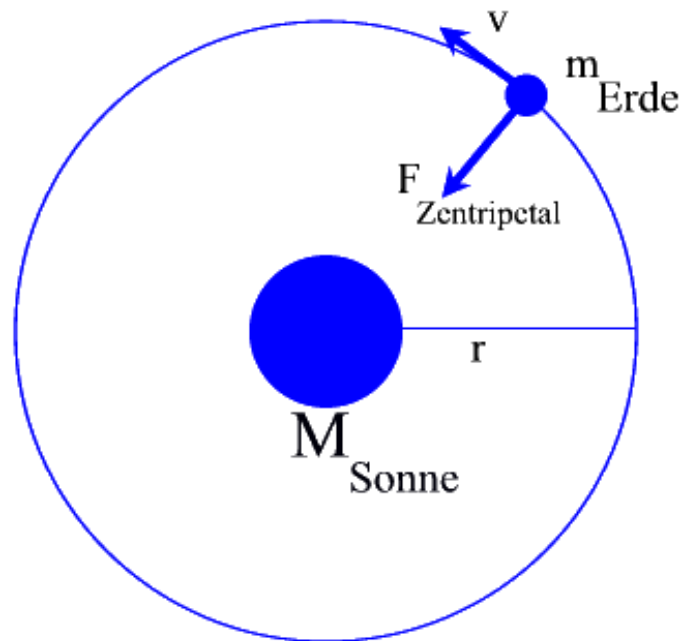
Aus dem Kräfteansatz $F_{\text{Zentripetal}} = F_{\text{Gravitation}}$ mit

$$G \cdot \frac{m_E m_S}{r^2} = m_E \frac{v_E^2}{r}$$

folgt die Geschwindigkeit, die ein Planet haben muss, um sich auf einer Kreisbahn um die Zentralmasse halten zu können.

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{r}} \quad 1. \text{ Fluchtgeschwindigkeit}$$

Für einen Satelliten, der in Erdnähe die Erde auf einer Kreisbahn umrundet, beträgt dieser Wert 7,8 km/s. Die Erde bewegt sich um die Sonne mit 30 km/s.



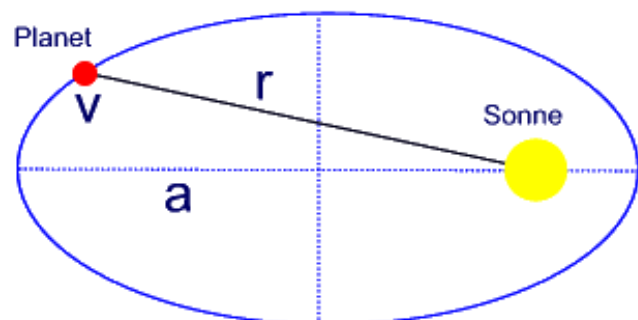
Auf der Kreisbahn sind die kinetische Energie und die potentielle Energie jede für sich konstant.

Objekt auf einer Ellipsenbahn

Auf einer Ellipsenbahn dagegen wandeln sich die beiden Energieformen ständig ineinander um. Die Summe aus kinetischer und potentieller Energie ist aber wegen des Energieerhaltungssatzes konstant. Aus dieser Idee und dem 2. Kepler-Gesetz kann eine Formel für die Bahngeschwindigkeit eines Planeten auf einer Ellipse abgeleitet werden.

$$v = \sqrt{G \cdot m_S \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

Bahngeschwindigkeit eines Körpers auf einer Ellipse mit großer Halbachse a im Abstand r vom Zentralkörper



Flucht eines Objekts aus dem Schwerefeld eines Zentralkörpers

Um im Schwerefeld eines Planeten oder der Sonne, allgemein einer Masse, einen Körper in eine größere Entfernung r zu bringen, muss "Hubarbeit" verrichtet werden. Da die Gravitation aber vom Abstand abhängt, also nicht konstant ist, ist die Berechnung der Hubarbeit etwas aufwändiger.

Um einen Körper (Satellit usw.) m vom momentanen Abstand r zu einer Zentralmasse M bis ins Unendliche zu transportieren, muss Arbeit verrichtet werden. Diese Arbeit kann z.B. durch eine anfangs vorhandene kinetische Energie aufgebracht werden.

$$\frac{1}{2}mv^2 = G \cdot \frac{m m_s}{r}$$

mit dem Erdradius r und nach Umformen

$$v = \sqrt{\frac{2 G m_s}{r}}$$

Beispiel: eine Rakete soll von der Erde mit einer Mindestgeschwindigkeit starten und das Gravitationsfeld der Erde völlig verlassen. Die kinetische Energie am Anfang wandelt sich während des Fluges in potentielle Energie um.

Für die Erde ergibt sich die 2. Fluchtgeschwindigkeit 11,2 km/s.

Die drei Fälle Kreisbahn, Ellipse und Flucht ins Unendliche sind in der Geschwindigkeitsformel für die Ellipse enthalten.

